

Моделирование взаимодействия гравитационной волны с интерферометром Фабри – Перо

Голяк Илья Семенович

iliyagol@mail.ru

МГТУ им. Н.Э. Баумана

Морозов Андрей Николаевич

amor@bmstu.ru

МГТУ им. Н.Э. Баумана

Выполнено моделирование взаимодействия гравитационной волны с интерферометром Фабри — Перо. При расчете были использованы параметры реального интерферометра, которые соответствовали разработанному экспериментальному стенду. Длина волны лазера накачки была равна 1,064 мкм (лазер непрерывный одночастотный Nd:YAG), его мощность составляла 103 мВт, длина интерферометра Фабри — Перо была равна 2 м. Также был проведен расчет взаимодействия с двумя интерферометрами при их пространственной ориентации под углами 30, 60 и 90° к источнику гравитационного возмущения.

Ключевые слова: гравитационные волны, интерферометр Фабри — Перо, метрика пространства-времени, спектральная плотность

Одним из способов изучения происходящих по Вселенной астрофизических явлений является регистрация гравитационных волн [1–6]. Гравитационные волны достаточно редких событий [1–3, 6] регистрируются с применением интерферометров, максимальная чувствительность которых достигается в диапазоне частот от 100 до 1000 Гц. Теоретические расчеты показывают возможность регистрации реликтовых гравитационных волн в диапазоне частот от 10^5 до 10^{10} Гц [3, 7, 8].

Необходимым условием подтверждения регистрации высокочастотных гравитационных волн является одновременное их обнаружение несколькими независимыми детекторами, которые должны быть с большой точностью синхронизированы между собой.

В работе представлены результаты моделирования взаимодействия гравитационной волны с интерферометром Фабри — Перо с основанием 2 м. Также проведено моделирование взаимодействия с двумя интерферометрами, которые расположены на расстоянии 1 км друг от друга и в случае их взаимного расположения под углом по направлению приходящей гравитационной волны.

Отклик интерферометра Фабри — Перо на флуктуации метрики пространства-времени $h(t)$ вычисляется в соответствии с математической моделью, предложенной в работах [9, 10]. В данной модели предполагается, что на входе в интерферометр Фабри — Перо, лазер стабилизированный по частоте ω_e и мощности W_0 , создает гармоническую световую волну с волновым числом k_e и амплитудой E_0 .

Мощность W_0 и частота ω_e определяются как [3, 9]:

$$\omega_e = ck_e;$$
$$W_0 = \frac{1}{2} \varepsilon_0 Sc E_0^2,$$

где ε_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума; S — площадь зеркал интерферометра Фабри — Перо.

Согласно предложенной модели при воздействии вида $h(t)$ отклик резонатора Фабри перо будет определяться в виде мощности W_A прошедшего сквозь него света [9, 11]. Данное выражение имеет вид:

$$W_A(t) = \eta^4 W_0 \left(\left[\sum_{n=1}^N R^{2(n-1)} \cos \Phi_n(t) \right]^2 \right) + \left(\left[\sum_{n=1}^N R^{2(n-1)} \sin \Phi_n(t) \right]^2 \right);$$

$$\Phi_n(t) = -(n-1)\kappa - 2k_e \sum_{t=0}^{n-1} (x_2(t - (2l+1)t_0) - x_1(t - 2lt_0)),$$

где $k_e = 2\pi/\lambda_e$, λ_e — длина волны лазерного излучения; R — амплитудный коэффициент отражения зеркал интерферометра; η — амплитудный коэффициент пропускания зеркал интерферометра, который для обоих зеркал считается одинаковым.

В расчетах использовались параметры реального интерферометра, которые соответствовали разработанному экспериментальному стенду [12]. Длина волны лазера накачки равнялась $\lambda_e = 1,064$ мкм (лазер непрерывный одночастотный Nd:YAG), его мощность W_0 составляла 10^3 мВт. Длина интерферометра Фабри — Перо L равнялась 2 м.

При моделировании учитывалось явление возникновения низкочастотного оптического резонанса в интерферометре Фабри — Перо, которое было показано в работах [11, 12].

Резонансная частота определялась как

$$\omega_0 = \kappa/2t_0,$$

где значение t_0 — время прохождения света от одного зеркала интерферометра до другого; κ — фазовый сдвиг, характеризующий настройку интерферометра.

Значение t_0 определяется через длину интерферометра L и скорость света c :

$$t_0 = L/c.$$

В качестве внешнего воздействия гравитационной волны на интерферометр Фабри — Перо использовался сигнал, представляющий импульс Берлаги [6, 7] и имеющий следующий вид:

$$h(t) = h_0 \alpha^2 t^2 e^{-\alpha t} \sin \omega t,$$

где h_0 — относительная амплитуда сигнала; α — коэффициент затухания; ω — несущая частота, значение которой более чем на порядок превышает α .

Выбор функции вида связан формой характерных гравиволновых сигналов [14, 15].

Относительная амплитуда задавалась равной 10^{-16} . Качество зеркал резонатора определяется коэффициентом ξ , который задает коэффициент отражения. При моделировании задавались значения ξ равные 0,1, 0,01, 0,001. Значения коэффициента α задавались равными 0,1 и 0,01 от несущей частоты ω .

Графики переходных процессов при разных значениях ξ показаны на рис. 1. На рис. 1, *а* показаны кривые затухания за небольшой временной интервал $14 \cdot 10^{-6}$. На рис. 1, *б* изображен сигнал Берлаги при значениях $\alpha = 0,1$ и $0,01$. При увеличении α сигнал становится более вытянутым и время затухания значительно увеличивается.

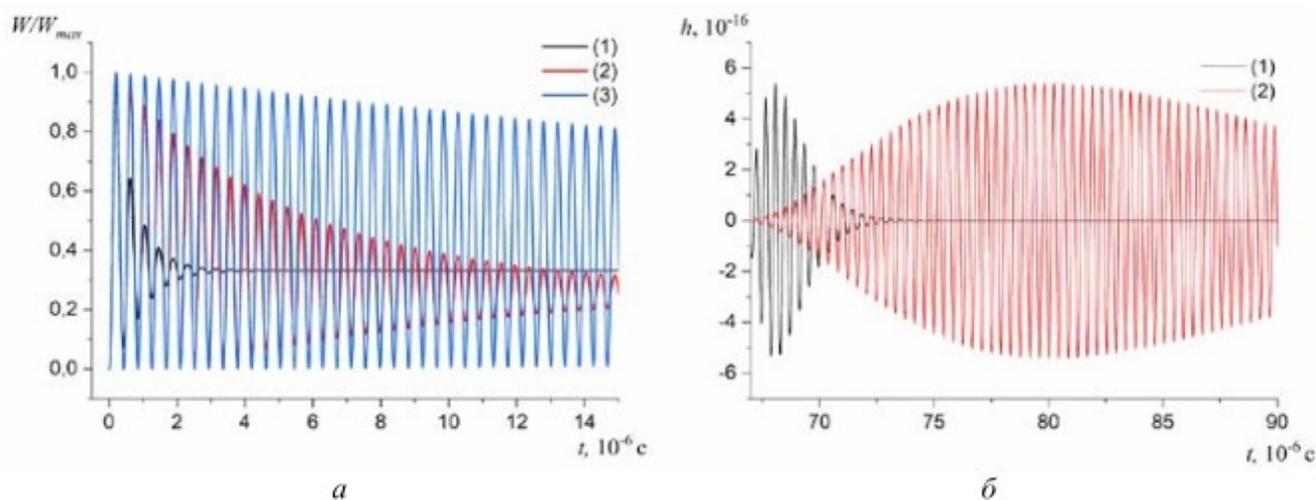


Рис. 1. Переходные процессы:

а — графики переходных процессов при $\xi = 0,1$ (1), $0,01$ (2), $0,001$ (3); *б* — импульс Берлаги при значениях $\alpha = 0,1$ (1) и $0,01$ (2)

В начальный момент времени наблюдается переходный процесс в резонаторе длительность затухания, которого определяется параметрами ξ и α . При небольшом значении параметра $\xi = 0,1$ резонанс быстро затухает за время t равное $3 \cdot 10^{-6}$ с. С уменьшением ξ длительность переходного процесса существенно возрастает и при $\xi = 0,001$ время затухания t составляет более $3 \cdot 10^{-4}$ с. Поэтому при моделировании отклика интерферометра на импульс время начало его воздействия выбиралось таким, чтобы собственный резонанс интерферометре успел затухнуть.

Результаты численных расчетов при взаимодействии гравитационной волны на резонатор Фабри — Перо показаны на рис. 2, 3.

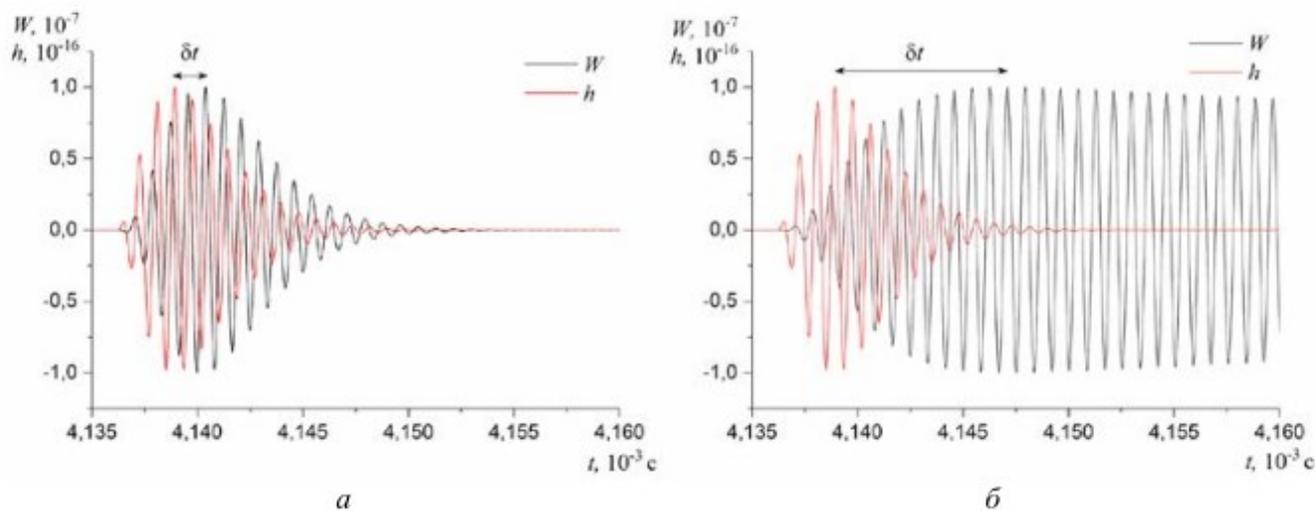


Рис. 2. Отклик интерферометра на импульс $h(t)$ при значении $\xi = 0,1$ и $\alpha = 0,1$ (*а*); $0,01$ (*б*)

Рис. 2 иллюстрирует резонансный характер отклика интерферометра для воздействия $h(t)$ с амплитудой $h_0 = 10^{-16}$. Мощность электромагнитной волны накачки принимали равной $W = 1$ Вт.

Максимум отклика W отстает от максимума $h(t)$ на интервал времени dt , что определяется постепенным увеличением амплитуды отклика резонатора характерным для резонансного возбуждения осциллятора. Запаздывание для случая $\xi = 0,1$ и $\alpha = 0,1, 0,01$ составляет $1,46 \cdot 10^{-6}$ с и $3,9 \cdot 10^{-6}$ с при (рис. 2). При увеличении ξ до $0,001$ запаздывание значительно увеличивается и составляет $13 \cdot 10^{-6}$ с при $\alpha = 0,1$ и $43 \cdot 10^{-6}$ с при $\alpha = 0,01$ (рис. 3).

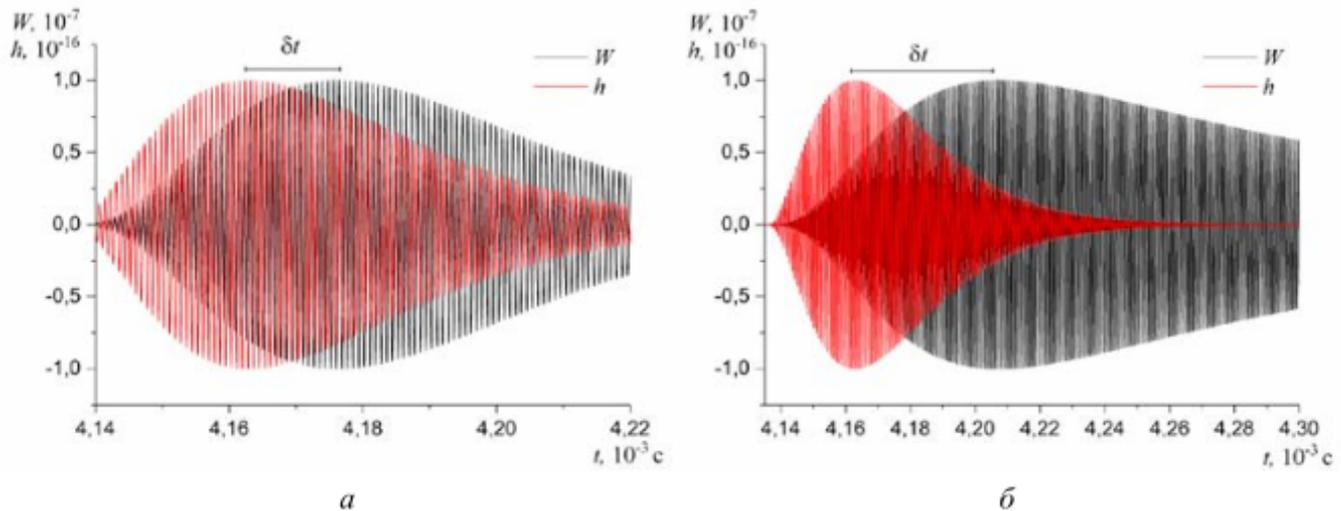


Рис. 3. Отклик интерферометра на импульс $h(t)$ при значении $\xi = 0,001$ и $\alpha = 0,1$ (а); $0,01$ (б)

Проведено моделирование взаимодействия с двумя интерферометрами Фабри — Перо, расположенными на расстоянии 1 км друг от друга. При взаимодействии с гравитационной волной интерферометры могут располагаться под некоторым углом, что может быть как результатом изменения пространственной ориентации интерферометра при естественном вращении Земли, так и изначального расположении самого источника гравитационно-волнового возмущения. Поэтому расчет проведен для трех случаев их взаимного расположения по направлению приходящей гравитационной волны: 30° , 60° и 90° .

При падении гравитационной волны под углом отклик второго интерферометра будет запаздывать по отношению к первому. Ориентация интерферометров под углом 30° к падающей гравитационной волне дает задержку отклика на втором интерферометре $1,6 \cdot 10^{-6}$ с. Увеличение угла приводит к дальнейшему увеличению запаздывания сигнала и для углов 60° и 90° запаздывание составляет $2,88 \cdot 10^{-6}$ с и $3,3 \cdot 10^{-6}$ с.

Для данных значений углов падающей гравитационной волны получены значения отклика и проведен расчет значения корреляции с условием задержки отклика второго интерферометра. Для волны, приходящей под углом 30° , значение корреляции между интерферометрами составило $0,968$, под углом 60° — $0,923$, под углом 90° — $0,961$.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ, проект № РФФИ 19-29-11015мк.

Литература

- [1] Maggiore M. Gravitational wave experiments and early universe cosmology. *Phys Rept* 2000, vol. 331, pp. 283–367. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0370-1573\(99\)00102-7](https://doi.org/10.1016/S0370-1573(99)00102-7)
- [2] Sahni V., Sami M., Souradeep T. Relic gravity waves from brane world inflation. *Phys Rev. D*, 2002, vol. 65, art. 023518. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.65.023518>
- [3] Морозов А.Н., Назолин А.Л. Динамические системы с флуктуирующим временем. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2001, 200 с.
- [4] Амальди Э., Пицелла Г. Поиск гравитационных волн. *Астрофизика, кванты и теория относительности*. Москва, Мир, 1982, с. 241–396.
- [5] Abbott B.P. et al. LIGO: The laser interferometer gravitational-wave observatory. *Rep Prog Phys*, 2009, vol. 72, art. 076901. DOI: <https://doi.org/10.1088/0034-4885/72/7/076901>
- [6] Accadia T. et al. A state observer for the Virgo invented pendulum. *Review of Scientific Instruments*, 2011, vol. 82, art. 094502. DOI: <https://doi.org/10.1063/1.3637466>
- [7] Голяк Ил.С., Морозов А.Н., Фомин И.В. Регистрация реликтовых гравитационных волн с помощью низкочастотного оптического резонанса. *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Естественные науки*, 2022, № 4 (103), с. 50–58.
- [8] Fomin I.V., Chervon S.V., Morozov A.N., Golyak I.I.S. Relic gravitational waves in verified inflationary models based on the generalized scalar–tensor gravity. *Eur Phys J.C*, 2022, vol. 82, no. 642. DOI: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/2081/1/012002>
- [9] Гладышев В.О., Морозов А.Н. Особенности отклика лазерной интерференционной гравитационной антенны на низкочастотные воздействия. *Измерительная техника*, 1990, № 10, с. 26–28.
- [10] Морозов А.Н. Необратимые процессы и броуновское движение: Физико-технические проблемы. Москва, Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1997, 332 с.
- [11] Li F., Tang M., Shi D. Electromagnetic response of a Gaussian beam to highfrequency relic gravitational waves in quintessential inflationary models. *Phys Rev. D*, 2003, vol. 67, art. 104008. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.67.104008>
- [12] Голяк Ил.С., Дворук С.К., Есаков А.А., Морозов А.Н., Пустовойт В.И., Строков М.А., Табалин С.Е. Разработка и создание макета для регистрации высокочастотных гравитационных волн. *Физические основы приборостроения*, 2016, т. 5, № 3, с. 40–47.
- [13] Гладышев В.О., Морозов А.Н. Низкочастотный оптический резонанс в многолучевом интерферометре Фабри — Перо. *Письма в ЖТФ*, 1993, т. 19, вып. 14, с. 39–42.
- [14] Бичак И., Руденко В.Н. Гравитационные волны в ОТО и проблема их обнаружения. Москва, Изд-во Моск. ун-та, 1987, 284 с.
- [15] Schutz B.F. Gravitational wave sources and their detectability. *Class Quantum Grav*, 1989, vol. 6, pp. 1761–1780.