

07  
©1993

## НИЗКОЧАСТОТНЫЙ ОПТИЧЕСКИЙ РЕЗОНАНС В МНОГОЛУЧЕВОМ ИНТЕРФЕРОМЕТРЕ ФАБРИ-ПЕРО

В.О.Гладышев, А.Н.Морозов

Интенсивность вышедшего из многолучевого резонатора Фабри-Перо (РФП) оптического излучения зависит от параметров настройки интерферометра и характеристик оптической накачки на входе в резонатор. Изменение с течением времени расстояния  $x(t)$  между зеркалами, амплитуды  $E_0(t)$  или фазы  $\varphi_0(t)$  электромагнитной волны на входе в РФП приводит к изменению интенсивности прошедшего  $I_T(t)$  и отраженного  $I_R(t)$  света.

В данной работе показывается, что многолучевой резонатор Фабри-Перо обладает низкочастотным оптическим резонансом по отношению к указанным выше сигналам  $x(t)$ ,  $E_0(t)$  и  $\varphi_0(t)$ , причем частота, на которой наблюдается этот резонанс, меньше частоты, определяемой временем однократного переотражения светового луча в резонаторе, и существенно ниже диапазона оптических частот.

Физический механизм возникновения рассматриваемого в работе низкочастотного оптического резонанса связан с тем, что электромагнитная волна после  $n$  переотражений в РФП, где  $n\lambda = \kappa/2\pi$ ,  $\kappa$  — фазовая настройка резонатора, имеет фазу, совпадающую с фазой начальной волны. Поэтому, если внешнее воздействие  $x(t)$ ,  $E_0(t)$  или  $\varphi_0(t)$  имеют характер гармонического сигнала с периодом, равным времени  $n$  переотражений луча в РФП, то оптический отклик многолучевого резонатора на такие возмущения будет существенно выше, чем на воздействия, имеющие другую собственную частоту. То есть отклик РФП на указанные возмущения имеет четко выраженный резонансный характер, а сам эффект представляет собой возбуждение колебаний амплитуды стоячей электромагнитной волны в резонаторе.

Ниже приводится обоснование возникновения указанного низкочастотного оптического резонанса и обсуждается возможность его использования в большебазных интерферометрах Фабри-Перо.

Пусть на резонатор Фабри-Перо падает плоская электромагнитная волна с амплитудой  $E_0(t)$  и фазой  $\varphi_0(t)$ . Тогда для интенсивности прошедшего и отраженного РФП излучения можно записать

$$I_T(t) = \varepsilon_0 c T_1 T_2 Y(t),$$

$$I_R(t) = (1 - \Delta_1) I_0(t) + \varepsilon_0 c T_1^2 Y(t). \quad (1)$$

Здесь  $Y(t) = \frac{1}{T_1} \left\langle \left( \sum_{k=1}^{\infty} E_k \right)^2 \right\rangle$ ,  $I_0(t) = \frac{1}{2} E_0 c E_0^2(t)$ ,  $E_k$  — амплитуда электромагнитной волны, падающей на второе зеркало после

$k$ -циклов преотражений с учетом  $\varphi_0(t)$  и смещения  $i$ -го зеркала  $x_i(t)$ , относительно начального положения,  $T_i$  — коэффициент пропуска  $i$ -го зеркала,  $\varepsilon_0$  — диэлектрическая постоянная,  $c$  — скорость света в вакууме.  $\Delta_i = 1 - T_i - R_i$  — потери при отражении от  $i$ -го зеркала,  $R_i$  — коэффициент отражения  $i$ -го зеркала,  $i = 1, 2$ .

Для фазовой настройки  $\kappa$  РФП при выполнении условия  $\kappa \geq \geq 2\bar{\Delta}$ , где  $\bar{\Delta} = 1 - \bar{R}$  — средние энергетические потери на зеркалах,  $\bar{R} = \sqrt{(1 - \Delta_1)(1 - \Delta_2)}$ , выражение  $Y(t)$  для многолучевого резонатора с  $\bar{\Delta} \ll 1$  можно представить в интегральной форме

$$Y(t) = \frac{1}{4t_0} \int_{-\infty}^t \left\{ \bar{R}^{\frac{t-\tau_1}{t_0}} E_0^2(\tau_1) + \frac{1}{t_0} E_0(\tau_1) \int_{-\infty}^{\tau_1} E_0(\tau_2) \bar{R}^{\frac{2t-\tau_1-\tau_2}{2t_0}} \cos \times \right. \\ \left. \times \left[ \frac{k_e}{t_0} \int_{\tau_2}^{\tau_1} x(\tau_3) d\tau_3 + \frac{\kappa}{2t_0} (\tau_1 - \tau_2) + \varphi_0(\tau_1) - \varphi_0(\tau_2) \right] d\tau_2 \right\} d\tau_1, \quad (2)$$

где  $t_0 = L_0/c$ ,  $L_0$  — невозмущенное расстояние между зеркалами РФП,  $k_e = 2\pi/\lambda_e$  — волновой вектор электромагнитной волны накачки,  $x(t) = x_2(t) - x_1(t)$  — относительное смещение зеркал.

Уравнение (2) может быть представлено в виде системы дифференциальных уравнений

$$\dot{Y} + \beta Y = \frac{1}{4t_0^2} E_0(t) Z(t) + \frac{1}{4t_0} E_0^2(t), \quad (3)$$

$$\ddot{Z} + 2\gamma \dot{Z} + \omega_0^2 Z = \dot{E}_0(t) + r E_p(t), \quad (4)$$

где  $\beta = -\frac{\ln R}{t_0}$ ,  $\gamma = -\frac{\ln R}{2t_0} - \frac{\dot{\Phi}(t)}{2\Phi(t)}$ ,  $r = -\frac{\ln R}{2t_0} - \frac{\dot{\Phi}(t)}{\Phi(t)}$ ,  $\omega_0^2 = \dot{\Phi}^2 + \frac{\ln R}{2t_0} \left( \frac{\ln R}{2t_0} + \frac{\dot{\Phi}}{\Phi} \right)$ ,  $\dot{\Phi}(t) = \frac{\dot{\varphi}}{2t_0} + \frac{k_e x(t)}{t_0} + \dot{\varphi}_0(t)$ .

Как следует из уравнения (4), величина  $Z$  подчиняется уравнению осциллятора с одной степенью свободы. Если воздействие  $X(t)$ ,  $E_0(t)$  или  $\varphi_0(t)$  имеют вид гармонического сигнала на частоте, совпадающей с собственной частотой осциллятора  $\omega_0$ , возникает низкочастотный оптический резонанс, добротность которого обратно пропорциональна потерям на зеркалах.

Рассмотрим случай, когда по гармоническому закону изменяется только  $X(t)$  ( $E_0(t) = E_0$ ,  $\varphi_0(t) = \varphi_0$ ). Тогда при выполнении условий  $\bar{\Delta} \ll 1$  и  $k_e x(t) < \bar{\Delta}$  из уравнения (4) можно записать следующие выражения для параметров низкочастотного оптического резонанса:

$$\omega_0 = \frac{\kappa}{2t_0} \quad (5)$$

— резонансная частота,

$$\gamma = \frac{\bar{\Delta}}{2t_0} \quad (6)$$

— коэффициент затухания,

$$Q = \frac{\kappa}{2\bar{\Delta}} \quad (7)$$

— добротность низкочастотного оптического резонанса.

Как следует из приведенных формул, для реальных параметров  $\kappa$ ,  $\bar{\Delta}$  и  $t_0$ , используемых в многолучевых РФП, резонансная частота  $\omega_0$  находится в диапазоне  $10^{-1} \dots 10^6$  Гц, что доказывает существование в такой общепризнанно широкополосной системе, как интерферометр Фабри–Перо оптического резонанса на низких частотах.

Добротность колебаний, описываемых уравнением (4), может достигать  $10^2 \dots 10^4$ , в зависимости от параметров РФП. Добротность  $Q$  любого резонатора Фабри–Перо больше единицы и зависит только от фазовой настройки и качества зеркал РФП. Поэтому, используя зеркала с потерями порядка  $\bar{\Delta} = 10^3 \dots 10^{-5}$  [1], можно сравнительно легко на 2–3 порядка повысить чувствительность интерферометра Фабри–Перо в области резонанса к любому из сигналов  $x(t)$ ,  $E_0(t)$  или  $\varphi_0(t)$ .

Детальное исследование резонансных свойств РФП было проведено на основе численного решения самосогласованной системы из дифференциальных уравнений, описывающих движение зеркал РФП и возбуждение стоячей электромагнитной волны в резонаторе. В расчетах использовались параметры, характерные для лазерных интерференционных гравитационных антенн третьего поколения, основными элементами которых являются большебазные многолучевые свободно-массовые РФП.

Гравитационно-волновой сигнал моделировался квазигармоническим сигналом вида  $h(t) = h_0 \alpha^2 t^2 \exp(-\alpha t) \sin \omega t$ , где  $h_0$  — амплитуда возмущения метрики,  $\alpha$  — затухание,  $\omega$  — частота сигнала. Величина  $h(t)$  соответствует изменению длины резонатора  $x(t) = h(t) \cdot L_0$ .

Результаты расчетов приведены на рис. 1 и 2. Рис. 1 иллюстрирует резонансный характер отклика РФП для воздействия  $h(t)$  с амплитудой  $h_0 = 10^{-19}$  отн.ед. на частоте  $\omega = \omega_0 = 2$  кГц при следующих параметрах РФП:  $L_0 = 3 \cdot 10^3$  м,  $\kappa_0 = 0.25$ ,  $\bar{\Delta} = 0.006$  ( $Q = 20$ ). Интенсивность падающей электромагнитной волны принималась равной  $I_0 = 0.1$  Вт, волновой вектор  $k_e = 10^7$  м $^{-1}$ . Как видно из рис. 1, максимум отклика  $dW(t)$  отстает от максимума  $h(t)$  на интервал времени  $\delta t$ , что свидетельствует о характерном для резонансного возбуждения осциллятора постепенном увеличении амплитуды отклика РФП.

При частотах воздействий  $\omega > \omega_0$  огибающая отклика  $\Gamma(t)$  носит колебательный характер. Показанная на вставке рис. 1 качественная зависимость  $\delta t(\omega)$  указывает на то, что максимум запаздывания отклика  $\delta t(\omega)$  соответствует первому максимуму огибающей  $\Gamma(t)$  и приходится на резонансную частоту  $\omega_0$ .

График мощности выходного оптического сигнала  $W_s(\omega)$  в полосе  $(\omega_0 - 500, \omega_0 + 500)$  Гц для указанных выше параметров РФП и оптической накачки представлен на рис. 2. Как следует из приведенного графика, прямое численное решение самосогласованной

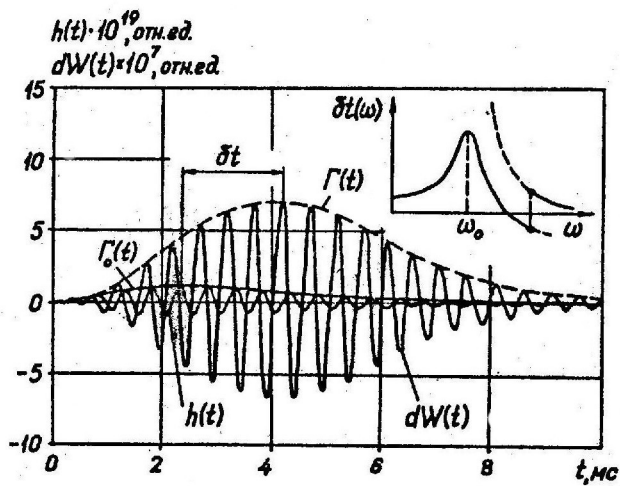


Рис. 1.

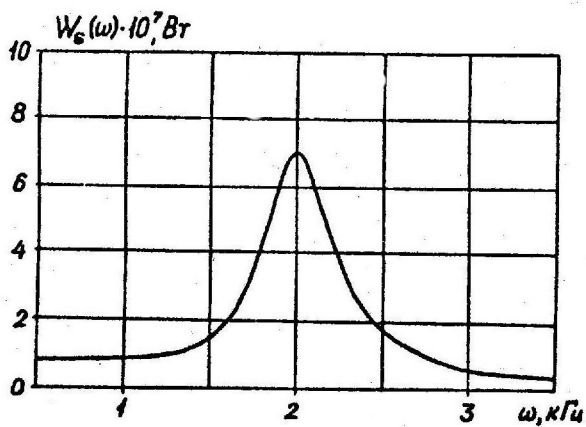


Рис. 2.

системы дифференциальных уравнений движения зеркал РФП в поле возмущающего воздействия также свидетельствует о наличии у РФП низкочастотных резонансных свойств.

Установленные резонансные свойства РФП влияют на чувствительность измерений в области низких частот и увеличивают вероятность обнаружения слабого сигнала при соответствующей фазовой настройке уже существующих и строящихся интерферометров [2,3].

В заключение следует отметить, что увеличение  $\kappa$  в свободно-массовом РФП, обеспечивающее высокую добротность низкочастотного оптического резонанса, приводит к снижению нелинейного эффекта переноса низкочастотных колебаний зеркал в высокочастотную область спектра [4] и также увеличивает потенциальную чувствительность измерительной системы.

#### Список литературы

- [1] *Whitcomb S.E.* et al. // Proc. Third Marcel Gross. Meeting on Gen. Relativity / Ed. by Hu Ning. 1983. Part A. Amsterdam, 1983. P. 1399-1405.
- [2] *Houghr J.* et al. // Lect. Notes Phys. 1984. N 212; Gravitat., Geometry and Relativistic Phys. Proc. Relativistes, Aussions, May 2-5, 1984. P. 204-212.
- [3] *Bradaskia C.* et al. // Nucl. Instr. and Meth. Phys. Res. A. 1990. V. 289. N 3. P. 518-525.
- [4] *Морозов А.Н., Гладышев В.О.* // Письма в ЖТФ. 1990. Т. 16. Вып. 5. С. 57-60.

Московский государственный  
технический университет им. Н.Э.Баумана

Поступило в Редакцию  
15 апреля 1992 г.  
В окончательной редакции  
22 июня 1993 г.