01;05

Спиновые стекла во внешнем случайном магнитном поле

© А.Н. Морозов, А.В. Скрипкин

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана
E-mail: skripkin@bmstu.ru

Поступило в Редакцию 14 января 2015 г.

Рассматривается спиновое стекло, помещенное во внешнее, случайно меняющееся магнитное поле. Считается, что магнитная релаксация спинового стекла имеет степенной характер. Показано, что изменение намагниченности стекла представляет собой в этом случае немарковский процесс. Найдены статистические характеристики флуктуаций намагниченности.

Процессы релаксации в физических и технических системах, как правило, имеют экспоненциальный характер. В этом случае для описания их поведения могут с успехом применяться соответствующие дифференциальные уравнения, теория которых хорошо разработана [1]. Случайные процессы, происходящие в таких системах, будут относиться к классу марковских процессов. Однако многие релаксационные процессы имеют более медленный, степенной характер. К ним относят, в частности, интенсивность излучения остывающего тела [2, 3], люминесценцию беккерелевского типа [4] и т. д. Случайные процессы в таких системах будут относиться в общем случае к классу немарковских процессов. Заметим, что немарковский характер явлений проявляется при учете увлечения броуновской частицей окружающих частиц среды [5], диффузии [6] и многих других процессов.

В предлагаемой работе рассматривается спиновое стекло, помещенное во внешнее случайное магнитное поле. При этом намагниченность стекла спадает по степенному закону, что имеет место для многих его видов, например сплава золота и железа [7], сплава $Zn_xCd_{1-x}Cr_2Se_4$ [8], некоторых типов сульфошпинелей железа [9] и т. д.

Пусть спиновое стекло помещено в постоянное магнитное поле и в момент времени τ его намагниченность равна $M_0(\tau)$. Если в этот момент времени выключить внешнее поле, то магнитная релаксация спинового стекла будет описываться степенным законом вида

$$M(t) = \frac{M_0(\tau)}{[1+\beta(t-\tau)]^{\alpha}}, \quad t > \tau, \tag{1}$$

где α — параметр, характеризующий релаксационные свойства материала и слабо зависящий от напряженности магнитного поля (в частности, для сплава $Zn_xCd_{1-x}Cr_2Se_4$ в широком интервале значений поля $\alpha \approx 0.1$), β — параметр, имеющий смысл обратного времени релаксации (для рассматриваемого сплава он составляет величину порядка единицы).

Будем считать, что внешнее поле $H(t)$ и намагниченность стекла $M_0(t)$ пропорциональны: $M_0(t) = \chi H(t)$, χ — магнитная восприимчивость. Кратковременное внешнее воздействие на спиновое стекло на интервале времени $(\tau; \tau + d\tau)$ приведет к последующему изменению его намагниченности согласно выражению

$$dM(t) = \chi \frac{d}{d\tau} \frac{H(\tau)}{[1+\beta(t-\tau)]^{\alpha}} \, d\tau. \tag{2}$$

При произвольном внешнем магнитном воздействии $H(t)$ получим

$$M(t) = \alpha\beta\chi \int\limits_0^t \frac{H(\tau)}{[1+\beta(t-\tau)]^{\alpha+1}} \, d\tau. \tag{3}$$

В выражении (3) предполагается, что в момент времени $t = 0$ внешнее поле и намагниченность спинового стекла отсутствовали.

Полученное уравнение (3) показывает, что наличие случайного внешнего магнитного воздействия приводит к стохастическому интегральному уравнению для описания намагниченности спинового стекла. Так как в общем случае выражение (3) несводимо к конечной системе стохастических дифференциальных уравнений, то процесс $M(t)$ будет являться немарковским случайным процессом [10].

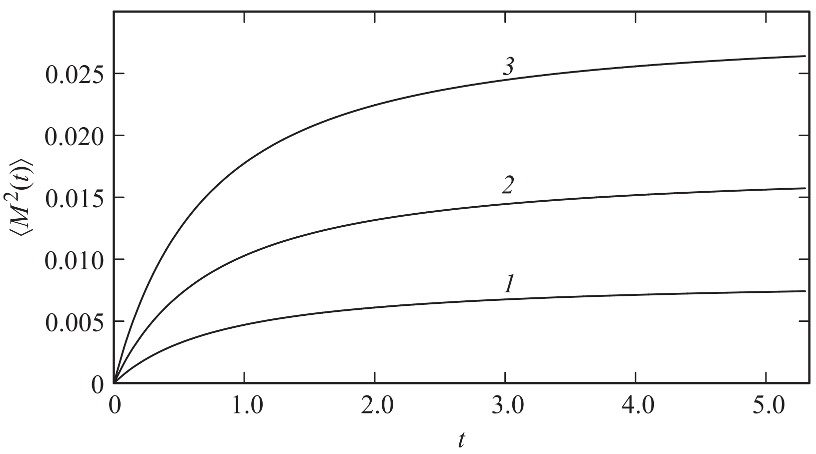

Рис. 1. Графики дисперсии намагниченности $\langle M^2(t)\rangle$, задаваемые выражением (6), при $\alpha = 0.1$ (*1*), 0.15 (*2*), 0.2 (*3*).

Будем далее считать, что внешнее поле $H(t)$ представляет собой белый шум с нулевым математическим ожиданием и интенсивностью ν. Для получения статистических характеристик процесса $M(t)$ воспользуемся методом описания немарковских процессов, задаваемых линейными интегральными преобразованиями [11]. Для одномерной характеристической функции $g_1(\lambda, t)$ процесса $M(t)$ получим

$$g_1(\lambda, t) = \exp\left[-\frac{1}{2}\,\frac{\nu\lambda^2\alpha^2\beta\chi^2}{2\alpha+1}\left(1-(1+\beta t)^{-2\alpha-1}\right)\right], \tag{4}$$

откуда для среднего значения $\langle M(t)\rangle$ и дисперсии $\langle M^2(t)\rangle$ находим соотношения

$$\langle M(t)\rangle = \frac{\partial g_1(\lambda, t)}{i\partial\lambda}\Big|_{\lambda=0} = 0, \tag{5}$$

$$\langle M^2(t)\rangle = -\frac{\partial^2 g_1(\lambda, t)}{\partial^2\lambda}\Big|_{\lambda=0} = \frac{\nu\alpha^2\beta\chi^2}{2\alpha+1}\left(1-(1+\beta t)^{-2\alpha-1}\right). \tag{6}$$

Из последнего выражения видно, что для реальных спиновых стекол дисперсия флуктуаций намагниченности стремится с течением времени

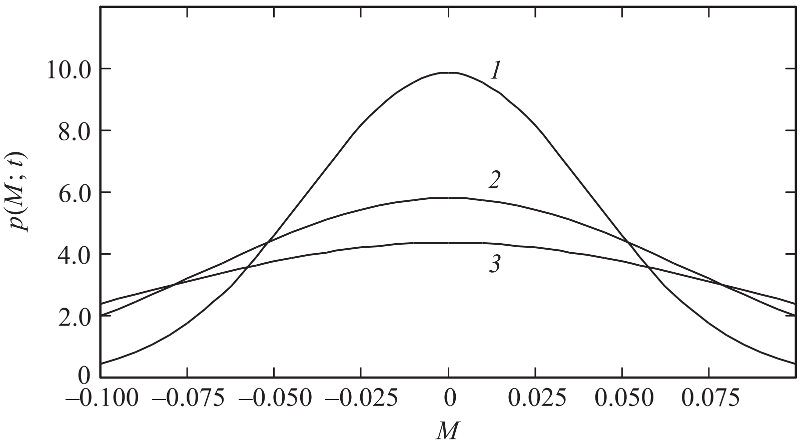

Рис. 2. Графики плотности распределения $p(M, t)$, задаваемые выражением (8), при $\alpha = 0.1$ и $t = 0.2$ s (*1*), $t = 1.0$ s (*2*), $t = \infty$ (*3*).

к постоянной величине

$$\langle M^2(t)\rangle\big|_{t\to\infty} = \frac{\nu\alpha^2\beta\chi^2}{2\alpha+1}. \tag{7}$$

Графики, задаваемые выражением (6), для различных значений параметра α изображены на рис. 1. Здесь и в дальнейшем будем считать $\chi = 1$, $\beta = 1\,\mathrm{s}^{-1}$, $\nu = 1\,\mathrm{A}^2\cdot\mathrm{m}^{-2}\cdot\mathrm{s}$.

Для плотности распределения величины $M(t)$ находим соотношение

$$p(M,t) = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} g_1(\lambda, t)\exp(-i\lambda M)d\lambda$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi\langle M^2(t)\rangle}}\exp\left(-\frac{M^2}{2\langle M^2(t)\rangle}\right). \tag{8}$$

График зависимости (8) для разных значений времени t приведен на рис. 2. Видно, что он представляет собой в каждый момент времени гауссову кривую, „размазывающуюся" с течением времени вдоль оси M,

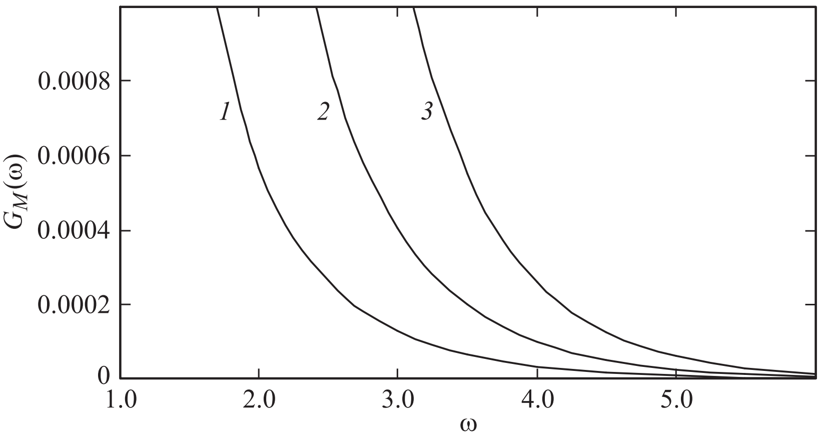

Рис. 3. Графики спектральной плотности $G_M(\omega)$ флуктуаций намагниченности, задаваемые выражением (10), при $\alpha = 0.1$ (*1*), $\alpha = 0.2$ (*2*), $\alpha = 0.5$ (*3*).

и стремится к стационарной кривой при $t \to \infty$, соответствующей установившемуся процессу флуктуаций намагниченности стекла.

Спектральная плотность мощности установившихся флуктуаций намагниченности стекла $G_M(\omega)$ может быть получена из выражения (3). Находим

$$G_M(\omega) = \alpha^2 \chi^2 \left(\frac{\omega}{\beta}\right)^{-\alpha-1} \Gamma^2 \left(1-\alpha, \frac{\omega}{\beta}\right) \nu, \tag{9}$$

где $\Gamma(x, y)$ — дополнительная неполная гамма-функция, определяемая при помощи формулы [12]

$$\Gamma(x, y) = \int\limits_y^\infty t^{x-1} e^{-t} dt. \tag{10}$$

Графики спектральной плотности $G_M(\omega)$ флуктуаций намагниченности стекла $M(t)$ в зависимости от частоты ω при различных значениях параметра α изображены на рис. 3. Отметим, что спектральная плотность $G_M(\omega)$ относится к одному из типов цветных шумов (в частности, при малых α соответствует так называемому фликкер-шуму).

Рассмотренная в работе модель изменения намагниченности спинового стекла со степенной релаксацией, помещенного во внешнее флуктуирующее магнитное поле, иллюстрирует, что отклик реальных физических систем даже на марковское внешнее воздействие представляет собой в общем случае немарковский процесс и, следовательно, требует для своего описания математические методы, способные учитывать эредитарность таких процессов, в частности метод интегральных стохастических операторов. Марковское описание данных явлений представляет собой лишь первое приближение.

Список литературы

[1] *Пугачев В.С., Синицын И.Н.* Стохастические дифференциальные системы. М.: Наука, 1990. 642 с.
[2] *Морозов А.Н., Скрипкин А.В.* // Прикладная физика. 2011. № 3. С. 25.
[3] *Морозов А.Н., Скрипкин А.В.* // Нелинейный мир. 2014. Т. 12. С. 14.
[4] *Морозов А.Н., Скрипкин А.В.* // Нелинейный мир. 2010. Т. 8. С. 545.
[5] *Morozov A.N., Skripkin A.V.* // Physics Letters. A. 2011. V. 375. P. 4113.
[6] *Морозов А.Н., Скрипкин А.В.* // Известия вузов. Физика. 2010. Т. 53. № 11. С. 55.
[7] *Holtzberg F., Tholence J.L., Tournier R.* Amorphous Magnetism II. N.Y.: Plenum Press, 1977. P. 155.
[8] *Веселаго В.Г., Минаков А.А., Мягков А.В.* // Письма в ЖЭТФ. 1983. Т. 38. С. 255.
[9] *Абрамович А.И., Королева Л.И., Лукина Л.Н.* // ФТТ. 1999. Т. 41. С. 84.
[10] *Морозов А.Н.* Необратимые процессы и броуновское движение. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1997. 332 с.
[11] *Морозов А.Н.* // Вестник МГТУ. Естественные науки. 2004. № 3. С. 47.
[12] *Никифоров А.Ф., Уваров В.Б.* Специальные функции математической физики. М.: Наука, 1984. 344 с.